

# 复杂网络进展\*

周建林 樊 瑛<sup>†</sup> 狄增如

(北京师范大学系统科学学院, 100875, 北京)

**摘要** 对北京师范大学系统科学学院自 2013 年建院以来所发表的“复杂网络建模及分析”相关研究工作进行了综述; 根据不同网络类型, 从网络结构和动力学分析这 2 方面介绍了在复杂网络领域理论研究所取得的重要成果; 总结了社会经济系统和地球系统中应用复杂网络分析的主要成果; 对北京师范大学系统科学学院复杂网络研究的领域发展方向提出了建议.

**关键词** 复杂网络; 结构; 动力学; 社会经济系统; 地球系统

**中图分类号** N94

**DOI:** 10.12202/j.0476-0301.2023153

## 0 引言

复杂网络是对实际复杂系统相互作用结构的抽象, 用于描述和刻画系统中个体间的相互作用方式, 是研究复杂系统性质和功能的基础. 目前基于复杂网络的分析方法已被广泛应用于各种实际系统结构及功能的研究, 如社会经济、复杂地球、生命生态、大脑与神经、网络与技术等复杂系统. 自 Watts Strogatz (WS) 小世界网络与 Barabasi Albert (BA) 无标度网络模型被提出以来, 北京师范大学系统科学学院的相关研究团队就一直关注复杂网络的研究进展, 并取得了一些比较具有代表性的研究成果. 2023 年是北京师范大学系统科学学院成立 10 周年, 为了纪念学院成立 10 周年, 本文主要综述以北京师范大学系统科学学院作为第一完成单位、与复杂网络研究相关的论文, 向大家介绍代表性的研究成果, 展示学院研究团队在推动复杂网络研究中所作的努力和贡献.

本文大致研究的思路框架如图 1 所示.

## 1 单点网络的结构及动力学分析

**1.1 网络节点重要性判别** 如何识别复杂网络中的关键或重要节点, 一直是复杂网络结构研究的重要问题之一. 已有研究所提出的对一些节点重要性判别的方法, 大多集中在无向网络, 而对有向网络的研究涉及相对较少, 尤其是对带有社团结构 (community structure, CS) 的有向网络研究则更少. CS 作为复杂网络所特有的一种中观结构, 在实际网络中广泛存在.

针对带有 CS 的复杂网络设计相应节点的重要性判别方法, 这对于理解实际网络的结构具有重要的现实意义.

朱凤辉等<sup>[1]</sup> 基于复杂网络中社团之间的重要节点探测问题, 提出了一种基于电路网络的节点重要性度量指标. 该方法同时可应用于无向网络和有向网络, 且不需要对社团进行划分. 他们主要是将无向网络转化为电阻网络, 有向网络转化为带有二极管的电路网络, 并利用通过节点电流大小以及对应连边电流方差, 设计电流中心性指标, 以识别社团间的重要节点; 他们还基于这些重要节点及其连边电流的分布信息, 构造了一个偏差指标, 以量化节点在社团的参与程度, 并将链接社团的节点进一步划分为重叠节点和桥节点<sup>[2]</sup>.

判别节点重要性的方法受到网络拓扑结构的影响, 当其发生变化时, 结果也会发生不同的改变. Niu 等<sup>[3]</sup> 基于复杂网络中节点中心性指标的鲁棒性, 探究了随机增加或减少网络中的连边、断边重连, 以及有偏增边这几种网络操纵方式对节点网络中心性的影响, 发现有偏连边操作会比随机连边操作对节点中心性产生更强的影响.

**1.2 网络演化特性分析** 复杂网络的拓扑结构随着时间的变化而发生动态演化, 在演化过程中可能存在连边的超线性增长或多样性的亚线性增长现象. 为了解释这 2 类增长现象, Zhang 等<sup>[4]</sup> 提出了一个基于几何空间的网络增长模型, 在该模型的网络中, 所有节

\* 国家自然科学基金资助项目 (71731002, 72371031); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (2021NTST33)

<sup>†</sup> 通信作者: 樊瑛 (1974—), 女, 教授, 博士, 博导. 研究方向: 复杂系统理论. E-mail: yfan@bnu.edu.cn

收稿日期: 2023-04-28

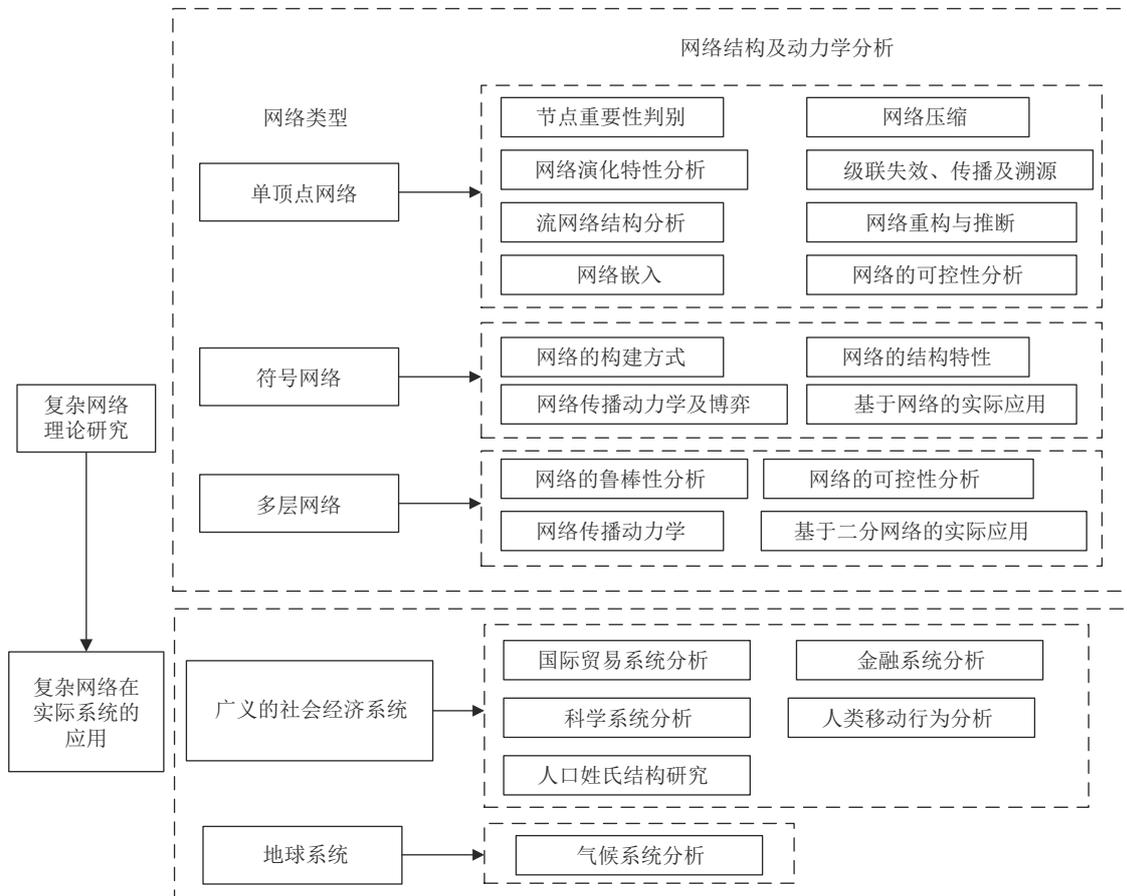


图 1 本文研究框架示意

点都被嵌入一个欧氏空间,且每个节点都具有一个欧氏空间坐标;向网络引入新节点时,只有当新节点与某个已存在节点足够靠近时才能保存下来,并且它与所有临近的节点建立连边.该网络模型能够同时再现超线性和亚线性的标度现象,并且其标度指数完全由网络嵌入的欧氏空间的维数决定.此外,他们还将该网络模型拓展,并用来模拟城市夜间灯光的增长与分布.

在网络演化过程中往往还会产生新的连边,这使得预测未来网络会出现哪些新连边变得尤为重要,也就是需要解决网络中链路预测的问题.传统的链路预测方法大多集中在静态网络,而大部分实际网络是动态演化的,使得这些传统预测方法在提升动态网络的应用效果不佳.Zou等<sup>[5]</sup>在传统链路预测指标的基础上,解决了带有时间衰减效应增长网络的链路预测问题,提出了一系列基于时间切片方法的链路预测指标.他们发现,基于这些指标的网络预测精度要高于传统的链路预测,并给出了增长网络最优切片的数量和时间衰减因子的函数表达式.基于网络节点的时间信息能够显著提高网络链路预测的精度,然而在很多情形下却无法获得节点的“年龄”信息,这使得如

何基于网络的拓扑结构推断节点的“年龄”变得十分重要.Zou等<sup>[6]</sup>探究了不同节点中心性指标在推断增长网络中节点“年龄”的表现,发现节点中心性指标的表现与增长网络的时间衰减速度相关,当网络的时间衰减速度很小或大小适中时,节点的中心性指标可用于推断节点的“年龄”.

**1.3 流网络结构分析** 开放流网络是一种特殊的加权有向网,如生态流、国际贸易流、注意力流等网络,其中有向连边表示能量、物质、贸易额、注意力等流动的方向,连边权重表示流量.距离是反映复杂网络拓扑结构特性的重要指标,Guo等<sup>[7]</sup>将开放网络的流距离定义为粒子从一个节点出发,到达另一个节点所需要跳转的平均步数.基于流距离,他们讨论了食物网的营养级计算、投入产出网上的节点中心度、产业聚类等问题,并将流距离与其他距离度量进行比较.流网络还存在一些特有的普适性特征,如异速标度律、耗散律等.Zhang等<sup>[8]</sup>研究了加权食物网的异速标度律现象,提出了适用于一般流网络异速标度律指数的计算方法,并基于实证研究发现食物网的异速标度律指数普遍接近于1,呈现出中性特征;他们进一步探究了影响加权食物网络异速标度律指数的因

素,发现网络耗散律指数是影响其异速标度律指数的重要因素,并且这2个指数存在明显的负相关关系。Lou等<sup>[9]</sup>构建了一个基于开放流网络的集体注意力流网络,并将其嵌入高维欧几里得空间中,用来揭示互联网系统的形态与演化规律;他们将网络拓扑结构与用户集体行为结合,引入流距离这一度量指标评价网站的重要性;他们还研究了集体注意力流、耗散流、网站数量在嵌入空间的分布情况,发现大量网站集中在嵌入空间的中心区域,只有小部分网站分散在嵌入空间的外围,越靠近中心的网站与其他站点的关系越紧密,并且相同内容的站点会聚集到一起。

**1.4 网络嵌入** 基于网络嵌入能够建立网络拓扑结构与几何空间的映射关系,使得网络中的节点可通过低维空间的坐标来表示,进而有助于完成节点分类、链路预测、社团划分等任务。双曲空间是复杂网络理想的嵌入空间,它可将复杂网络几何化的同时,又不损失复杂网络中无标度、小世界,以及高集聚等性质。已有嵌入双曲空间的方法主要适用于无向网络,而忽略了复杂网络的方向性。Wu等<sup>[10]</sup>提出了适用于有向网络的双曲空间嵌入模型,该模型根据有向网络的二分结构和多路复用节点信息,展示了有向边在双曲空间中的链接模式。节点的双曲坐标估计是有向网络双曲嵌入的关键,于是他们给出了非对称流行度-相似度优化方法,即在已知有向网络拓扑结构的条件下,通过极大似然估计推出节点在双曲空间的位置;通过比较双曲空间嵌入前后网络结构特征的保留情况、理论与实证结果的对比,以及AUC指标,验证了嵌入方法的有效性,并将该方法应用于国际贸易网络和秀丽隐杆线虫神经网络的研究。基于网络嵌入可以帮助解决图分类问题,Xin等<sup>[11]</sup>将网络嵌入与卷积神经网络相结合,提出了一种基于DeepWalk的图分类算法。该算法首先基于DeepWalk嵌入获得网络上所有节点的向量表示,然后对节点向量进行降维及栅格化处理后得到图像表示,最后基于卷积神经网络对图像进行分类。试验表明,基于DeepWalk的图分类算法,不仅在经典网络模型及实证国际贸易网络上具有很高的分类准确率,同时它还具有较强的鲁棒性。基于开放流网络模型,Gu等<sup>[12]</sup>以Node2Vec算法为例,揭示了这类基于随机游走的嵌入算法背后隐藏的流结构,发现流距离与Node2Vec中节点之间的欧氏距离具有较强的相关性;他们还提出了基于流距离的嵌入算法,发现该算法可以得到与Node2Vec相似的嵌入结果。

**1.5 网络压缩及抽样** 当网络规模足够大时,很难直接对该网络进行分析,通常的解决办法是对该网络进

行压缩或者抽样。网络过滤或压缩是通过移除网络中某些相对不重要的节点和连边获得子网络,使其尽可能保留原始网络的重要结构和功能信息。Jiang等<sup>[13-14]</sup>针对加权网络提出了一种考虑网络相异性的网络过滤和压缩算法,旨在获得与原始网络相异度最小的子网络,并采用经典的模拟退火算法对这个最优化问题进行求解;通过在人工合成网络与真实网络上进行试验,并与现有的几种网络过滤算法进行比较,发现基于网络相异性的过滤算法能够更好地保持原始网络的性质,尤其是与距离相关的网络性质。此外,还需说明的是,该过滤方法主要适用于一些中小型复杂网络。在对大型复杂网络进行抽样时,可能会出现比较严重的抽样偏差,即抽取的子网络性质与原始网络性质存在显著差异。Chen等<sup>[15]</sup>发现,抽样偏差是由网络异质性及抽样方法本身所引起的偏差共同作用的结果。他们实证分析了在随机节点采样、广度优先搜索以及介于二者之间的混合方法下,抽样网络与原始网络在拓扑结构性质的差异,发现相较于其他2种抽样方法,混合方法在大多数情况下具有保持原始网络结构性质的优势。

**1.6 网络级联失效、传播及溯源** 复杂网络的结构与功能紧密相关,而系统功能往往又与网络所实现的动力学行为和过程相关,如新陈代谢网络上的物质流、食物链网络上的能量流等,因此,研究网络动力学过程是探讨网络结构与功能之间关系的主要途径。级联失效是一种常见的网络动力学,当网络中的部分节点或连边失效时,会通过节点之间的相互作用引发其他节点失效,最终导致大部分网络甚至整个网络“瘫痪”。Lin等<sup>[16]</sup>探究了无标度社团网络、随机社团网络及LFR模型这3种带有CS的网络级联失效过程,研究了度分布形式以及CS清晰程度对于网络鲁棒性和脆弱性的影响,提出了一种界定节点重要性的思路,即通过节点在社团网络级联失效过程中影响范围的大小给出。目前关于级联失效的研究,大多集中在节点上级联过程,而忽视了连边的作用,但在许多实际情形下,灾难性事件是由连边的相继消失而造成的,比如在金融危机中,企业和银行这些节点仍然存在,但它们之间的金融贸易关系可能会消失。Feng等<sup>[17]</sup>研究了复杂网络中连边的级联失效问题后发现:人工网络和真实网络都会由于少量连边的损失而触发全局性级联失效;通过在网络中设置少数可以阻断风险传播的节点或连边,可以有效终止连边的级联过程;应用模拟退火算法寻找最优的可以阻断风险传播的节点及连边组合方式,进而提高了复杂网络的鲁棒性。

传播过程是复杂网络中的一种重要的动力学过程,基于它可以对很多实际问题进行建模,如广告信息传播、流行病传播等.在现实中很多传播过程的目标是为了“感染”网络中某一部分特定节点,此即网络靶向传播问题.挑选出对目标节点传播能力最强的传播源是解决靶向传播问题的关键. Sun 等<sup>[18]</sup>提出了一种逆向局域路径算法,用以解决节点的靶向传播能力排序问题.结果表明,该算法相较于传统中心性指标,能更好地识别那些有较强靶向传播能力的节点,并且这些节点还能够在传播过程中有效避免感染网络中的非目标节点.现实中可能无法控制初始传播源的位置.考虑初始传播源在网络中随机分布的特点,且需将传播引导至网络局域目标的情形, Zhang 等<sup>[19]</sup>通过在每步传播过程中分配数目有限的恢复节点来自适应地将传播引导至目标节点.该方法可有效提高目标节点感染的比例,同时避免传播到非目标节点. Li 等<sup>[20]</sup>基于疾病传播动力学,提出了一个系统性模型,用以描述科特迪瓦(Côte d'Ivoire)在全国范围内的流行病传播.该模型综合了人类流动性、人类互动强度和人口特征等多种因素. Wang 等<sup>[21]</sup>提出了基于个体移动与种群内传播的网络化集合种群模型,并设计了基于静态网络迁移机制的节点搜索算法,用以探究个体移动对疾病扩散的影响.他们基于搜索算法可看到移动较弱时易感种群所发生的双稳现象及其亚稳状态,而理论模型并没有产生双稳现象,这为理解人群移动和疾病传播的关联带来了新的方法和思路. Zhang 等<sup>[22]</sup>提出了一个网络化集合种群模型,用以探究不同干预情境下病毒传播的情况,发现开始干预的时间和有效性会对控制疫情传播产生很大的影响.

传播或扩散过程往往都存在源头.快速、准确地定位传播源头,如污染物溯源、谣言溯源、疾病溯源等,对环境保护、疾病防控、舆情监测与分析等具有重要现实意义.若能顺利获取复杂网络的完全传播过程信息,则识别传播源自然变得容易.实际中学者们很难获取所有节点的传播信息,只能观测部分节点信息. Shen 等<sup>[23]</sup>探究了非完全观测信息的单源头定位问题.他们基于时间延时的传播过程,通过观察部分节点的被扩散时间,提出了基于时间逆向回溯的源头定位方法,并给出了源头的可定位性条件.该定位方法具有强抗噪性、计算效率高,以及所需观测节点少的特点,为解决多源头定位问题提供了研究思路.复杂网络的许多传播问题可能是由一小部分节点共同触发的,即具有多个传播源头. Fu 等<sup>[24]</sup>将逆向回溯定位方法应用于解决多源头定位问题,提出了“最大

最小”多源头定位方法,并探究了不同网络结构、传播延时及观测点选择策略等因素对溯源结果的影响后发现,该定位方法在传播延时方差较小的情形,或选择小节点作为观察节点的策略都具有较好的准确率.观测节点的比例会影响源头定位方法的表现.为了达到较好的溯源效果,现有的定位方法一般需要观测节点数较多. Hu 等<sup>[25]</sup>针对线性时不变扩散系统,基于可观理论与压缩感知方法,提出了利用最少观测节点定位任意网络传播源头的普适性框架.该框架不仅能精确定位传播源头的数量与位置,还能推断出初始传播时刻,同时具有很强的抗噪性.他们首先基于严格可观理论、可观与可控之间的对偶关系,以及 PBH 理论,给出了任意网络完全可观需要的最少观测节点数与节点集,然后利用压缩感知方法定位传播源头;他们分析了大量实证网络源头的可定位性,发现同质和稠密的网络结构具有更强的源头可定位性,并且随着网络平均度增大,所需要观测节点的比例越小.

**1.7 网络重构与推断** 复杂网络的结构及动力学重构或推断,对于理解、预测和控制复杂系统具有重要的意义. 2016 年, Wang 等<sup>[26]</sup>在 *Physics Reports* 发表综述文章“Data based identification and prediction of nonlinear and complex dynamical systems”,系统梳理了如何从测量数据或时间序列重构非线性复杂动力系统,尤其重点介绍了基于压缩感知的网络重构方法.为解决疾病传播网络结构的推断问题, Shen 等<sup>[27]</sup>基于压缩感知的网络重构方法,从疾病传播过程中所产生的二状态时间序列推断出疾病传播网络.他们重点研究了 SIS(susceptible infected susceptible)和 CP(contact process)传播过程的网络重构效果,探究了时间序列长度、网络规模、网络平均度、基准向量等因素对网络重构效果的影响,并在存在测量噪声、部分节点状态不可获得及传染概率波动的情形下检测了方法的鲁棒性,发现该网络重构方法具有低数据需求、高重构准确率、强鲁棒性等优势.当传播网络中存在隐藏源头时,根据重构网络结果的稳定性能够确定与隐藏源头相连的节点,进而定位网络中的传播源头.该研究为二状态动力系统进行高效的网络重构提供了新途径,并为进一步理解和控制复杂动力系统提供理论基础.

除了类似 SIS 和 CP 这样的二状态疾病传播动力学过程,在物理、社会、生物系统中还存在其他各式各样的二状态动力学过程,比如伊辛(Ising)模型、投票模型、Kirman 蚁群模型等. Li 等<sup>[28]</sup>基于压缩感知理论提出了一种由二状态动力学所产生的时间序列

重构网络结构的一般性方法. 它适用于解决线性、非线性、分段, 以及带有随机性的二状态动力学的网络重构问题. 该方法完全是数据驱动且高效的、鲁棒的, 还不需要知道任何网络的结构信息及动力学的具体形式.

实际复杂网络系统中往往存在噪声大及信息缺失的情况, 这增加了重构网络的难度, 需要发展更为鲁棒的重构网络方法. Han 等<sup>[29]</sup>提出了一种基于 LASSO 的鲁棒性更强的网络重构方法, 它是将复杂网络重构问题转化为稀疏信号重构问题, 再通过 LASSO 求解该问题. 该方法不仅具有所需数据量少的优点, 而且具有更强的抗噪性及抵抗缺失信息的能力. 由于在异质网络中存在枢纽节点, 重构这些节点的局域结构要比小度节点的结构重构需要更多的数据量, 这也使得重构异质网络的难度更大. Ma 等<sup>[30]</sup>提出了一种冲突解决方法来实现对异质网络的精确重构, 并且该方法减少了重构异质网络所需要的数据量. 在许多复杂网络中, 节点间不仅存在直接的相互作用, 还存在间接的相互作用, Han 等<sup>[31]</sup>研究了同时存在直接相互作用和间接相互作用的公共品博弈网络的重构. 他们首先基于 LASSO 方法重构出包含直接相互作用和间接相互作用的网络, 然后通过矩阵变换和最小二乘法优化得到只包含直接相互作用的网络. 该方法不仅在实证网络和人工网络上取得比较好的重构效果, 还可用于定位网络中的隐藏节点以及识别与隐藏节点存有相互作用关系的节点. 基于压缩感知的网络重构方法不仅可应用于博弈网络重构, 还可应用于交通运输网络. Tang 等<sup>[32]</sup>提出了基于压缩感知的交通运输网络重构算法, 他们将该算法应用于重构广播模型和路由策略模型这 2 类典型的交通运输网络, 并取得了不错的重构效果.

网络重构除了用压缩感知方法实现以外, 还可利用深度学习的方法实现. Zhang 等<sup>[33]</sup>提出了一种基于图网络的 GGN(Gumbel graph network)模型, 该模型包含网络生成器和动力学学习器 2 个模块, 它可从节点状态的时间序列数据中重构网络拓扑结构及网络动力学. Chen 等<sup>[34]</sup>利用网络动力学所产生的时间序列数据推出完整的网络结构, 提出了一种新的数据驱动的深度学习模型. 该模型由动态学习器、网络生成器和初始状态生成器 3 个模块组成, 可用于推断网络中不可观测的部分. 试验表明, Chen 等<sup>[34]</sup>的方法能够准确推出结构的未知部分和可观测节点的初始状态, 且其精度随不可观测节点比例的增加而线性降低. Zhang 等<sup>[35]</sup>提出了从所观测到的节点时间序列数据中同时推测网络结构及动力学的一个通用框架: 利用可微分

伯努利采样过程生成候选网络结构, 并利用神经网络模拟基于候选网络的节点动力学; 然后再利用随机梯度下降算法调整所有参数, 以最大化其数据上定义的似然函数. 试验表明, 该模型可同时较高精度地恢复各种网络结构和节点动力学, 还可很好地处理二进制、离散和连续时间序列数据, 并且重构结果对噪声和丢失信息具有鲁棒性.

**1.8 网络可控性分析** 研究复杂网络特性的最终目标是控制复杂网络上的动力学行为. 经典结构可控性理论的适用范围有限, 例如它仅可适用于解决有向结构网络的可控性问题, 而不能解决无向、权重和时变等网络的可控性问题. 为研究复杂网络可控性的普适方法, Yuan 等<sup>[36]</sup>通过结合可控性的 PBH 判定定理和矩阵特征值重数, 提出了可应用于任意网络类型的复杂网络严格可控性理论, 该理论是对结构可控性理论的补充; 他们证明了完全控制复杂网络所需最少控制输入数是由网络矩阵特征值的最大重数决定的, 并提出了通过矩阵初等变换方法识别需要被独立控制的节点. 该研究不仅为复杂网络控制理论的研究提供了新思路, 还为控制现实世界复杂网络系统提供了重要依据. 在复杂网络严格可控性理论基础上, Li 等<sup>[37]</sup>分析了分形网络的严格可控性, Zhao 等<sup>[38]</sup>探究了自身动力学对网络可控能力的影响, 他们分别分析了低阶到高阶自身动力学网络系统与多种阶自身动力学混合网络系统的可控能力, 发现引入自身动力学后使得网络可控能力表现出对称性, 并且网络可控能力在全局对称点处达到最优. 在实际情况中, 并非每个节点都可从外部驱动, 即网络并非完全可控. 基于此, Gao 等<sup>[39]</sup>探讨了无向网络的控制范围问题, 即在对网络一部分节点施加控制输入时, 研究它的控制范围有多大. 他们给出了计算无向网络控制范围的一个理论框架, 并对几种简单规则的网络控制范围问题进行了理论分析, 发现即使最简单的网络拓扑结构, 也能出现比较复杂的控制范围现象.

## 2 符号网络与多层网络结构及动力学分析

**2.1 符号网络结构及动力学分析** 符号网络是一类特殊的网络模型, 其连边具有正或负属性, 分别代表积极和消极的作用. 这种正负相互作用关系存在于社会、生物、信息等很多复杂系统中, 如人与人之间的朋友或敌人关系, 神经元突触之间的兴奋或抑制关系, 社交用户之间的观点相似或相反关系等. 刘雨含等<sup>[40]</sup>基于股票收益率的相关系数构建了保留连边正负信息的股票符号网络, 其中采用优化阈值方式保留

网络正边,采用固定阈值方式保留网络负边;他们还基于微观尺度分析了节点的度(degree)及其度分布、节点受欢迎程度和特征向量中心性;基于宏观尺度分析了网络的平衡性、集聚系数和度相关性(degree correlations),发现引入负边对网络度分布和集聚系数的影响较小,但对于节点特征向量的中心性和度相关性影响较大。

Gu 等<sup>[41]</sup>针对在线评价系统,根据用户打分,构建了关于系统用户与评价对象的符号二分网络,并对其进行了分析。通过实证分析,发现网络的正集聚系数比负集聚系数大,正网络和负网络均表现出异配性。此外,他们还研究了符号二分网络的基本构型是四边形,其组成单元具有三元组特性,并基于这些三元组特性提出了符号共同邻居相似性投影方法,获得了用户相似性投影网络。实证结果表明,该投影方法保留原符号二分网络的信息最多,并且更能体现用户之间的相似性。Li 等<sup>[42]</sup>基于二分网络投影方式,分析了在线评价系统的符号二分网络。通过求解用户符号网络的度分布、集聚系数、平衡性、平均最短路径等发现,实证网络具有平衡性高、随机化后变小、正的集聚系数大于负集聚系数、度分布服从幂律分布等特征。为了探究这些网络特征潜在的形成机制,他们提出了基于区域偏好依附的符号网络增长模型,该模型能够重现实证网络中高正集聚系数、低负集聚系数、度分布为幂律分布、具有一定的 CS、高平衡性等特点,为符号网络机制模型的研究提供了参考。

CS 也存在于符号网络。Zhou 等<sup>[43]</sup>针对符号网络的特点提出了一种随机游走机制模型,并基于该模型探测符号网络的 CS;在该机制模型中,假定游走者以大概率游走正边,而以小概率游走负边,且在游走过程中允许游走者停留在当前位置;分析了该机制模型的基本性质后发现,相对于仅含正边的网络,含有正负边的网络所对应的转移概率矩阵收敛速度变慢;将该机制模型应用于人造与实际符号网络进行社团划分,发现基于该随机游走的符号网络的社团划分方法均表现出良好的性能。

符号网络中存在的负边会对网络上的动力学过程及结果产生重要影响。张奥博等<sup>[44]</sup>基于符号网络研究了舆论的形成,尤其是探究了网络中平衡结构对舆论形成的作用;建立了符号网络的舆论动力学演化模型,发现了负边比例的增加能够扩大网络周期的变化范围,同时会影响产生周期变化节点的构型及节点状态的趋同性;在节点状态与连边耦合演化过程中,会产生更加丰富的变化模式,加入相互作用的调整概率与时间尺度的影响后,系统会达到稳态;完全平衡

网络能加速系统舆论趋于稳定状态,并最终将网络按照节点状态划分成 2 个社团。Li 等<sup>[45]</sup>根据伊辛模型对符号网络上的二态舆论传播动力学过程进行了建模,通过在多种结构人工符号的网络上开展研究,发现网络负边的比例及分布会对舆论演化结果有关键性影响;还发现了符号网络负边的比例存在一个临界值,当其超过该临界值时,符号网络上的舆论演化会呈现完全不同的状态,且符号网络负边的分布特征会影响该临界值的取值。Gao 等<sup>[46]</sup>根据符号网络上二态舆论传播动力学,建立了一种新的舆论传播机制,得出了与 Li 等<sup>[45]</sup>相类似的结论。

Li 等<sup>[47]</sup>基于 Potts 模型,研究了带有逻辑矛盾相互作用的符号网络多观点传播动力学过程,发现了无论已有观点在初始时刻如何分布,符号网络负边的比例和位置决定了能否达成共识,且系统在演化过程中还会引起网络结构平衡性的变化与出现主导高阶结构。针对社交网络上虚假信息的传播, Li 等<sup>[48]</sup>基于符号社交网络,分别提出了 1 种启发式策略和 3 种结构免疫策略,用以有效控制用户对虚假信息的传播;探究了结构免疫策略对传播范围的影响,发现其可产生不同的相变,表明正负边在免疫过程中都发挥了重要作用。该研究有助于学者们更深入理解负边关系在信息免疫中的作用,有望促进符号网络在信息传播与控制中的应用。Zhong 等<sup>[49-50]</sup>根据符号网络公共品博弈的动力学过程,重点探究了符号网络结构和策略规则对公共品博弈的影响,在带有 CS 的符号网络、随机符号网络,以及实际网络上模拟了博弈过程后发现,带有 CS 符号网络的合作水平存在微小差异;通过进一步探究同质符号网络的公共品博弈过程,他们设计了一个随机过程框架,用以估计带有弱不信任或强不信任机制的固定概率,并提出了一个确定性复制方程,用以预测当系统在符号网络从演化到平衡时合作者的期望密度,发现 ER 与 WS 符号网络的负边通过新“强不信任”机制导致合作稳态多样化。

符号网络应用广泛,例如个性化推荐。在符号推荐系统中,已发现用户不喜欢对象的个体差异性更大,更能表现用户好恶的个性化。针对符号在线评价系统个性化的推荐,Gu 等<sup>[51]</sup>首次提出用户负面清单的概念。已有推荐算法给出的推荐结果都是针对用户可能的喜欢对象,即正面清单,而负面清单对于提高个性化推荐的程度和用户的体验都有重要意义。基于资源分配思路,他们设计了符号二分网络的推荐算法,分析并实证了表明该算法可同时给出合理的正面和负面清单,最终给出更个性化的推荐结果。

**2.2 多层网络结构及动力学分析** 多层网络是现实

世界中广泛存在的网络结构形式,已被用于模拟多种实际复杂系统.对多层网络的研究可揭示新的物理现象,而这些物理现象是不能基于传统单层网络获得较好的认识和理解.吴宗柠等<sup>[52]</sup>从多层网络建模方式、网络基本统计特征、节点重要性判别、CS探测,以及网络鲁棒性与动力学行为等方面,对多层网络相关研究进行了综述,在多层网络的结构分析方面,他们关注了多层有向网络的鲁棒性问题,并将多层有向网络嵌入双曲空间.Wu等<sup>[53]</sup>基于级联失效动力学,探讨了多层有向网络中隐藏的几何相关性对网络鲁棒性的影响,发现在蓄意攻击下,网络的鲁棒性随层内角相关性的增加而下降,且无层内角相关性的多层有向网络,相较具有层内角相关性的网络更加鲁棒,这表明层内角相关性对理解多层有向网络鲁棒性有重要意义,并且能够作为解码真实系统鲁棒性的预警指标.

多重相互作用普遍存在于实际系统中,然而在许多情况下,只能获得类似聚合网络这种单层网络,却无包含链接类型的详细信息.这样的单层网络由于过度简化了结构信息,导致人们对真实系统的一些性质产生误解,因此,有必要将一个聚合网络正确地拆分为多层网络.Zhang等<sup>[54]</sup>提出了一种基于链接聚类系数的类模拟退火算法,用以对网络进行拆解.他们利用几个合成网络,验证了该算法的有效性,并且发现即使层与层之间存在一定比例的重叠链接,该方法仍然有效.

多层网络动力学过程允许每层网络具有相同或不同的动力学过程,不同层通过层间连边耦合在一起,使得不同层的动力学过程协同演化.Liu等<sup>[55]</sup>将舆论所形成的平衡态伊辛模型推广至可描写非平衡态行为的多数投票模型,并研究了社会氛围与集群行为的耦合网络结构对舆论形成整体行为的影响,特别是在集群行为涌现时的相变和临界现象.他们发现,社会环境的耦合,在很大程度上会改变系统的相变行为,在二维耦合晶格上,临界现象消失.这一研究结果深刻地揭示了环境与系统耦合演化的性质以及网络结构对社会舆论形成的影响.Yuan等<sup>[56]</sup>将单层网络严格可控性理论拓展至多重网络,重点研究了多关系网和多层网这2类典型的多重网络的严格可控性问题.他们发现:在多关系网络中存在一个主导关系网,它主要决定了整个网络的可控性;在多层网络中不存在起主导作用的网络层,而层间的连接方式对整个网络的可控性会产生重要影响,向层间添加少数链接即可显著增强整个网络的可控性.该成果为解决具有不同结构和交互模式的复杂网络系统的控制问

题提供了参考.

基于多层网络可用于研究疾病传播和信息传播的协同演化,Li等<sup>[57]</sup>研究了中国抗击疫情传播和重新开放过程中的经验,重点关注了新型冠状病毒肺炎暴发期间疫情和舆论的协同演化.他们基于大量数据,通过实证分析和聚合种群及多层网络模型模拟,确定了人类活动和对扩散行为的了解与认识对疫情传播的影响,阐明了不同防疫方法的内在模式和有效干预,特别是不同行为的关键时间点;他们还利用这一模型分析了世界各国复杂新冠疫情传播与演化的规律,获得了一些具有普适性的结果.该研究不仅加深了对疫情传播机制和规律的认识,还可对疫情的防控措施进行分析和决策.

二分网络可被看作一种特殊的双层网络,每层网络仅由同类节点组成,连边仅存在于2个网络层之间.实际网络中,许多都具有二分的结构特性,如科学家-论文网络、用户-商品网络、演员-电影网络等,这为复杂网络研究提供了新的分析思路.基于用户-商品二分网络可应用于推荐系统的优化与在线用户的行为模式研究.Zeng等<sup>[58]</sup>提出了一个基于用户-商品二分网的演化模型,用以研究推荐系统对用户选择行为的长期影响.一般认为推荐系统能拓宽用户视野,但Zeng等发现,在长期演化中用户的选择范围被推荐系统大大缩小,人们可通过在演化早期适量降低推荐系统的推荐精度,以便减小这种长期不利影响.他们还提出了一种基于用户-商品二分网扩散过程来做商品趋势预测,发现相较传统线性外推法,该方法可更准确地识别出未来将有可能变成流行的商品<sup>[59]</sup>.Zhou等<sup>[60]</sup>发现,基于扩散过程的推荐方法存在向用户推荐低评分商品的风险,他们利用商品的评分信息改进基于用户-商品二分网的推荐算法,发现可通过适量降低推荐精度来提高推荐商品的平均评分.Li等<sup>[61]</sup>探究了在线用户选择商品行为与商品相似性网络之间的联系,发现了用户更倾向于在较短时间间隔,选择相似度较高的商品,而在较长时间间隔,会选择相似度较低的商品,并将这一发现应用于改进推荐过程.

### 3 复杂网络在实际系统的应用

复杂网络在实际系统具有广泛应用,为理解复杂系统的性质和功能提供了一种途径.北京师范大学系统科学学院充分发挥交叉学科的优势,基于复杂网络分析工具和方法,在广义社会经济、地球、生命生态、大脑神经,以及教育等系统的研究中取得了一系列成果.

在国际贸易中,不同的国家或地区之间存在贸易往来,以国家或地区为节点,它们之间所存在的贸易关系为连边,构建国家或地区贸易网络.通过对该网络进行分析,能够判别贸易系统中的国家或地区的地位,揭示国家或地区贸易的形成机制与演化规律.吴宗柠等<sup>[62, 66]</sup>从国际贸易网络的构建、网络拓扑结构特征、网络节点重要性与 CS,以及网络的功能与动力学行为这 4 方面对国际贸易网络的相关研究进行了系统性综述. Fan 等<sup>[63]</sup>通过分析加权的国际贸易网络,探究了国家在国际贸易中的角色和地位;利用加权极值优化算法和粗粒化过程,对国家所属的贸易社团进行刻画,并基于网络的节点中心性指标判别国家在贸易中的地位;引入修正的靴襻渗流(bootstrap percolation)模型研究国家间贸易关系的变化所引起的级联效应;将小麦国际贸易网络嵌入双曲空间,得到国际贸易双曲网络模型,并对该新网络的结构特性进行了分析,发现国际小麦贸易双曲网络中存在“核心-边缘”结构.任素婷等<sup>[64-65]</sup>在已有加权国际贸易网中心性分析的基础上,进行了国际贸易网络中国家地位演化的聚类分析,得到了不同等级的国家集合;运用靴襻渗流模型模拟了国际贸易网络中危机传播的级联过程,并根据其影响方式的不同,对受影响的国家进行分类;模拟结果表明,大部分源国家的危机传播范围随阈值变化呈现出相变现象,即阈值大小与该国的危机影响力相对应,从而给出了一种在贸易网络中国家的重要性判别方法. Wu 等<sup>[67]</sup>根据国际贸易距离测度,提出了基于多边贸易路径信息和贸易流网络结构描述贸易有效距离的一个一般模型,发现了流距离、多路径约束混合以及国际贸易网络,有助于贸易流量的预测.程静静等<sup>[68]</sup>基于复杂网络,探究了国际贸易中的产品集群与演化规律,构建了产品的国际贸易及总贸易网络,并根据该网络相似性测度衡量产品距离,通过最小生成树与设立阈值相结合的方法,构建产品相似性网络,运用加权极值优化算法进行产品分类,发现了国际贸易关系的产品之间存在差异性.

在金融系统中,不同的金融机构,如银行、证券公司、保险公司、信托公司等,它们之间可能存在持股或借贷关系,学者们通过构建金融网络,确定它们之间的财务关系.吴畏等<sup>[69]</sup>提出了一个基于金融网络的风险传播模型,通过模拟单个机构破产所带来的风险传染效应来研究金融体系的系统风险;他们研究了不同网络结构、不同网络规模,以及不同节点对于金融系统稳定性的影响.在股票市场中,以各支股票为节点,以股票之间的价格波动关系为连边,可构建

股票间关联关系的网络.李恺华等<sup>[70]</sup>基于优化阈值法构建了中国股票市场牛市、熊市、平稳震荡 3 个典型时期的股票网络,并探测了股票网络 CS、识别 CS,以及网络的重要节点.

人口迁移是一种常见的社会现象,广泛存在于国内或国际.以国家或地区为节点,以其迁移人口关系为连边,构建人口迁移网络,用于探究人口迁移模式. Li 等<sup>[71-73]</sup>基于区域间人口迁移模式,并利用多边概率迁移模型,通过分析中国跨省迁移的“推力”和“拉力”后发现,自 20 世纪 90 年代以来,中国区域人口迁移的非均衡性加剧,典型热点地区的驱动力不同,如北京、上海为高收入驱动,广东、浙江为低壁垒驱动;他们基于美国的州际移民经验数据,通过量化 2005—2015 年美国内部的人口流动性与移民模式演变后发现,地区收入差距不能很好地解释美国人口迁移模式的变化;通过扩展的多边概率迁移模型估计迁移壁垒后发现,区域移民成本显著降低、个人理性选择增加是导致人口迁移模式发生变化的关键因素.他们还基于多边概率迁移模型,对国家之间的迁移壁垒进行了量化研究,发现影响迁移成本的因素非常复杂,但可通过宏观指标对其部分绩效进行描述,如通过 GDP 增长率、人均 GNI、人类发展指数 HDI 等宏观指标实现了对迁移成本 12.5% 的解读.鉴于国际人口迁移网络可用于分析世界人口的迁移模式, Gou 等<sup>[74]</sup>根据估计的移民数据构建了包含 200 个国家或地区、时间跨度超过半个世纪的全球人口迁移网络,并基于该网络挖掘了各国之间人口的迁移结构特点及其随时间的演化趋势;他们从网络基本性质与社团演化方面进行了分析,并结合多个指标展示了半个世纪以来世界人口迁移的全球化与多中心化的变化趋势; Huang 等<sup>[75]</sup>构建了一个多边移民网络,基于该网络分析了可能存在的中转国家及代表性中转路径.

人类在空间的移动行为具有多样性:人口不仅可进行远距离迁移,还可相对近距离地移动;不仅在真实空间可移动,在虚拟空间也存在移动行为. He 等<sup>[76]</sup>根据用户通信数据,分别构建了用户从家到工作地点和从家到其周末住所的 2 种有向加权网络,并基于网络拓扑结构分析了真实空间中人类的移动模式;该研究发现,虽然大多数用户离家外出工作和度周末,但他们更喜欢在同一地区内生活和工作;利用加权的 PageRank 算法, He 等<sup>[76]</sup>对城市通勤网络中的节点进行排序,以此识别城市中的重要位置.虚拟空间中,用户可能存在诸如兴趣、知识、观念等移动行为. Zeng 等<sup>[77]</sup>根据用户在虚拟兴趣空间中的移动行为构建了基于列维飞行(Lévy flight)的随机游走模型,并将用

户的交互行为引入列维飞行模型中,成功再现了一系列描述在线社区注意力流网络增长的标度律. Wang等<sup>[78]</sup>依据用户在观看电视节目中的频道切换行为,构建了一个有向网络,用以表征观众的集体频道切换行为;基于该网络,利用 PageRank 算法识别出重要的电视频道;基于用户切换偏好的相似性构建网络,揭示其隐藏的 CS.

应用复杂网络还可研究社会系统中的人口姓氏结构. 以空间区域为节点,以节点间人口姓氏结构的相似性为连边,可构建区域间人口的姓氏关联网络,通过对该网络的分析能够揭示区域间人口姓氏结构的关联特征. Shi等<sup>[79-80]</sup>构建了中国省级间人口的姓氏关联网络,利用最小生成树与单链聚类分析了中国省级行政单位之间人口姓氏结构的关联关系和结构,发现中国人口姓氏结构关联在区域上具有全局中心以及多个局部中心的特点,并提出了一种构建复杂网络模型的新方法,即多层最小生成树算法;基于该算法,他们生成了中国市级间人口的姓氏关联网络,并通过对该网络进行社团探测,划分区域族群. 他们结合区域地理特征、人口演化和迁移、区域经济发展,以及语言文化隔离等因素,证实了该方法对于鉴别地理亲缘和族群划分是有效且合理的.

科学系统可被看作一种广义的社会系统. 由于它包含了论文、科学家、期刊、科研机构、关键词等大量不同类型的个体,含有引用、合著、文献耦合、共被引等多种类型的相互作用关系,使其能够被多种类型的科学文献网络描述. Zeng等<sup>[81]</sup>从复杂系统角度出发,梳理了近些年有关“科学学”的研究进展,内容涵盖科学系统的静态网络结构特征与演化规律,科学影响力的量化、科学发展中的微观和宏观预测,科学里的成功要素以及知识的创造及传播等方面. 周建林等<sup>[82]</sup>基于复杂网络对科学文献数据分析相关的研究工作进行了简要综述. 以论文为节点,基于论文间的引用关系所建立的科学引文网络,可用于解决论文影响力的评价、代表作的识别,以及识别论文的重要参考文献等实际问题. Yao等<sup>[83]</sup>基于科学引文网络评价论文的影响力,并提出了非线性 PageRank 算法,使得被高品质论文所引用论文获得更多的得分,而降低了被许多低品质论文所引用论文的得分;该评价算法不仅能提升对重要论文的排序,还增强了算法的鲁棒性,降低了恶意行为对排序结果的影响. Zhou等<sup>[84]</sup>提出了相似优先扩散排序算法,并将其应用于科学引文网络,对论文进行评价. 实证结果表明,该评价算法不仅能识别出重要的论文,还对恶意操纵等行为也具有较强的鲁棒性. Wang等<sup>[85]</sup>考虑引文网络的老化

特性,结合论文在发表后 10 年内的引用量,在 PageRank 算法的基础上提出评价论文影响力的算法,该方法在一定程度上削弱了 PageRank 算法对“老”论文排名的偏向性. 为了识别科学家的代表作, Niu等<sup>[86]</sup>将科学家的代表作定义为科学家在其擅长领域发表的重要论文;他们基于局部引文网络,提出了利用自规避的偏好扩散过程对科学家的论文进行个性化排序识别其代表作. Cui等<sup>[87]</sup>基于引文网络的局部扩散过程,识别单篇论文中的关键参考文献,通过将该方法识别出的论文的关键参考文献与论文中提及的参考文献进行比对,验证了该方法的有效性. 基于论文间的引用关系还能构建科研领域引用网络, Shen等<sup>[88]</sup>通过对该网络矩阵的本征值和和本征向量进行了扰动分析,定量刻画了某研究子领域的重要性以及领域之间的相互影响. 论文间的引用关系不仅包含正面引用,还存在负面引用. Song等<sup>[89]</sup>基于论文间的负面引用关系,建立了以论文为节点的符号引用网络,并通过该网络量化了负面引用的结构及时间特征.

以科学家为节点,基于科学家的论文合著关系所建立的科学家合作网络,可用于评价科学家的影响力、分析科研团队的组成结构. Zhou等<sup>[90]</sup>考虑科学家在合作论文中的贡献地位不同,建立了一种由其他贡献者指向重要贡献者的有向合作网络,并基于此网络识别了重要的科学家. Zeng等<sup>[91]</sup>基于每篇论文作者团队成员中以前的合作记录,提出了一种基于合作网络团队新旧程度的量化指标,揭示了新团队在原创性研究和多学科影响力上的关键作用;他们发现科学研究中全新的团队相对较为少见,但是新团队的研究工作具有更大的独创性,并且新团队论文的多学科影响力也比旧团队的大很多. 该研究在理论上首次揭示了团队“新”“旧”作为团队创造力的重要关联指标,对加速知识创造和科研创新有重要的价值.

以论文为节点,基于论文之间的共引或共被引关系所建立的论文关联网络,可用于评价论文作者的贡献力分配、研究科学家的行为模式. Wang等<sup>[92]</sup>提出了一种基于论文共被引网络的非线性贡献力分配算法,定量化地区分每位作者对论文的贡献,实证结果表明,它能够很好地区分诺贝尔物理学奖获得者在其获奖论文中贡献力的大小,且该算法在随机扰动与蓄意扰动下都具有较强的鲁棒性;该算法依赖于论文的被引信息,它并不适用于论文被引次数较少或者论文刚发表的情况. 为了解决这个“冷启动”问题, Xing等<sup>[93]</sup>利用论文的参考文献信息,提出了一种基于论文共引网络的作者贡献力分配算法,它不仅在识别诺贝尔获奖论文的最大贡献力作者方面具有较高的准

确率,而且还具有较强的鲁棒性. Zeng 等<sup>[94-95]</sup>基于单个科学家所发表论文之间的共引关系构建了论文关联网络,通过对该网络进行社团划分,确定该科学家的主要研究领域;通过分析单个科学家在整个职业生涯中发表论文所对应研究领域的时间序列,探究科学家研究兴趣的迁移行为,发现科学家每年涉及的领域数目和转移领域概率会随生涯时间的推移而逐渐增加,且在职业生涯早期,高产出的科学家转移领域的概率较低,在职业生涯后期,他们转移领域的概率较高. 该发现为指导青年科学家的发展提供了帮助,鼓励青年学者在职业生涯早期专注于当前的研究主题,而不是频繁转换主题. Zeng 等<sup>[95]</sup>系统分析了科学家职业生涯中学术主题与合作者的共同演化关系,挖掘科学合作中所涉及研究主题的统计特征,并揭示了科学家在新课题上如何选择合作者;他们发现高产出的科学家往往有更高比例的单一主题的合作者,高影响力的科学家倾向于拥有更高比例的多主题合作者;科学家在新课题中更有可能与近期的合作者合作.

以科研项目为节点,基于论文之间的引用关系构建科研项目间的文献耦合网络,可用于探究科研项目的运行模式. Li 等<sup>[96]</sup>基于美国物理学会发表论文的致谢信息与引用信息,构建了科研项目的文献耦合网络,通过分析该网络,发现项目的核心研究领域与项目规模之间存在次线性关系,且项目研究领域的分散,可提高论文在顶级期刊上的发表率,以及提升论文的创新性;他们还发现,一个典型项目的开展往往先从核心研究领域开始,然后再探索其他可能的研究领域.

气候系统包含了多圈层、多要素、多尺度的共同作用,以空间区域为节点,以 2 个不同节点气候时间序列之间的相似程度为连边,可构建气候网络. 基于气候网络分析,可揭示气象要素的时空分布特征以及它们之间的相互联系,进而利用这些规律解释某些气候现象的成因,并为天气预报、极端气候事件预测、全球气候变化监测等活动提供科学依据. Geng 等<sup>[97]</sup>构建并分析了极端位势高度的同步网络,进一步证实了热带环流在减弱;他们发现,正同步网络与热带地区的热带环流有关,而反同步网络则与中纬度地区的大尺度大气 Rossby 波有关. 气候系统的复杂性以及降水的时空不均匀性,使得降水的可靠性预测成为一个具有挑战性的研究问题. 为了解决这一问题, Fan 等<sup>[98]</sup>提出了一种基于气候网络的全新方法,使得印度夏季风降雨量的长期和可靠预测成为可能;构建了一系列基于全球近地地表大气温度场的动力和物理气候网络,揭示了网络中的一些隐藏特征,可作为

印度夏季风降雨量的长期有效的预测因子;讨论了预测因子的潜在机制,并将其与网络-ENSO 和 ENSO-季风联系起来. 他们提出的方法不仅可以预测整个印度的降雨量,还可用于预测印度不同地区的降雨量;他们还揭示了全球变暖通过增强西南大西洋、印度洋西部和北亚太地区之间的跨赤道遥相关来影响气候网络,这对印度降水有显著影响.

北京师范大学系统科学学院团队除了将复杂网络广泛地应用于社会经济系统和地球系统研究中,还对其他系统的一些问题进行了初步探索. 例如: Yan 等<sup>[99]</sup>基于汉字之间的层次结构关系网络,提出了一种高效的汉字学习策略,这种更有效的策略是用更少的努力或时间,学习相同数量的有用汉字;该策略考虑汉字的使用频率及其在汉字网络层次结构中的位置判别汉字的重要性,从而得到汉字的学习顺序. Lin 等<sup>[100]</sup>基于布尔网络模型研究了肿瘤抑制蛋白 p53 的作用关系网络,通过遍历边权构型的方法,重现了 p53 蛋白的作用二相性.

## 4 结束语

北京师范大学系统科学学院自建院以来在复杂网络研究方面取得了丰硕的研究成果. 本文首先介绍了学院团队围绕单顶点网络、符号网络以及多层网络所开展的一些研究工作,重点从网络结构及其动力学分析这 2 方面介绍了相关研究成果;其次,介绍了复杂网络在实际系统中的具体应用,充分展示了复杂网络分析在理解系统的结构和功能方面所发挥的重要作用. 通过本文,一方面可以使其他领域的学者了解系统科学学院在复杂网络研究方面所从事的相关研究工作;另一方面,也能够启发其他领域的学者基于复杂网络的分析思路去解决本领域的重要研究问题.

## 5 参考文献

- [1] 朱凤辉,樊瑛. 基于电阻网络的节点重要性判别[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2013, 49(6): 636
- [2] ZHU F H, WANG W X, DI Z R, et al. Identifying and characterizing key nodes among communities based on electrical-circuit networks[J]. *PLoS One*, 2014, 9(6): e97021
- [3] NIU Q K, ZENG A, FAN Y, et al. Robustness of centrality measures against network manipulation[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, 438: 124
- [4] ZHANG J, LI X T, WANG X R, et al. Scaling behaviours in the growth of networked systems and their geometric origins[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 9767

- [5] ZOU L, WANG C, ZENG A, et al. Link prediction in growing networks with aging[J]. *Soc Networks*, 2021, 65: 1
- [6] ZOU L, WANG A, ZENG A, et al. Connecting node age with centrality measurement in growing networks[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2019, 2019(7): 073403
- [7] GUO L Z, LOU X D, SHI P T, et al. Flow distances on open flow networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, 437: 235
- [8] ZHANG J A, WU L F. Allometry and dissipation of ecological flow networks[J]. *PLoS One*, 2013, 8(9): e72525
- [9] LOU X D, LI Y, GU W W, et al. The atlas of Chinese world wide web ecosystem shaped by the collective attention flows[J]. *PLoS One*, 2016, 11(11): e0165240
- [10] WU Z N, DI Z R, FAN Y. An asymmetric popularity-similarity optimization method for embedding directed networks into hyperbolic space[J]. *Complexity*, 2020, 2020: 1
- [11] XIN R Y, ZHANG J, SHAO Y T. Complex network classification with convolutional neural network[J]. *Tsinghua Science and Technology*, 2020, 25(4): 447
- [12] GU W W, GONG L, LOU X D, et al. The hidden flow structure and metric space of network embedding algorithms based on random walks[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 13114
- [13] JIANG Y X, LI M, FAN Y, et al. Characterizing dissimilarity of weighted networks[J]. *Scientific Reports*, 2021, 11: 5768
- [14] JIANG Y X, LI M, DI Z R. Dissimilarity-based filtering and compression of complex weighted networks[J]. *Europhysics Letters*, 2022, 139(4): 42003
- [15] CHEN W T, ZENG A, CUI X H. Preserving the topological properties of complex networks in network sampling[J]. *Chaos*, 2022, 32(3): 033122
- [16] LIN G Q, DI Z R, FAN Y. Cascading failures in complex networks with community structure[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2014, 25(5): 1440005
- [17] FENG Y Q, SUN B H, ZENG A. Cascade of links in complex networks[J]. *Physics Letters A*, 2017, 381(4): 263
- [18] SUN Y, MA L, ZENG A, et al. Spreading to localized targets in complex networks[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 38865
- [19] ZHANG A B, ZENG A, FAN Y, et al. Guiding propagation to localized target nodes in complex networks[J]. *Chaos*, 2021, 31(7): 073104
- [20] LI R Q, WANG W X, DI Z R. Effects of human dynamics on epidemic spreading in Côte d'Ivoire[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2017, 467: 30
- [21] WANG N N, WANG Y J, QIU S H, et al. Epidemic spreading with migration in networked metapopulation[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2022, 109: 106260
- [22] ZHANG J, DONG L, ZHANG Y B, et al. Investigating time, strength, and duration of measures in controlling the spread of COVID-19 using a networked meta-population model[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 101(3): 1789
- [23] SHEN Z S, CAO S N, WANG W X, et al. Locating the source of diffusion in complex networks by time-reversal backward spreading[J]. *Physical Review E*, 2016, 93(3): 032301
- [24] FU L, SHEN Z S, WANG W X, et al. Multi-source localization on complex networks with limited observers[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2016, 113(1): 18006
- [25] HU Z L, HAN X, LAI Y C, et al. Optimal localization of diffusion sources in complex networks[J]. *Royal Society Open Science*, 2017, 4(4): 170091
- [26] WANG W X, LAI Y C, GREBOGI C. Data based identification and prediction of nonlinear and complex dynamical systems[J]. *Physics Reports*, 2016, 644: 1
- [27] SHEN Z S, WANG W X, FAN Y, et al. Reconstructing propagation networks with natural diversity and identifying hidden sources[J]. *Nature Communications*, 2014, 5: 4323
- [28] LI J W, SHEN Z S, WANG W X, et al. Universal data-based method for reconstructing complex networks with binary-state dynamics[J]. *Physical Review E*, 2017, 95(3): 032303
- [29] HAN X A, SHEN Z S, WANG W X, et al. Robust reconstruction of complex networks from sparse data[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(2): 028701
- [30] MA L, HAN X, SHEN Z S, et al. Efficient reconstruction of heterogeneous networks from time series via compressed sensing[J]. *PLoS One*, 2015, 10(11): e0142837
- [31] HAN X, SHEN Z S, WANG W X, et al. Reconstructing direct and indirect interactions in networked public goods game[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 30241
- [32] TANG S Q, SHEN Z S, WANG W X, et al. Uncovering transportation networks from traffic flux by compressed sensing[J]. *European Physical Journal B*, 2015, 88(8): 211
- [33] ZHANG Z, ZHAO Y, LIU J, et al. A general deep learning framework for network reconstruction and dynamics learning[J]. *Applied Network Science*, 2019,

- 4(1): 1
- [34] CHEN M Y, ZHANG Y, ZHANG Z, et al. Inferring network structure with unobservable nodes from time series data[J]. *Chaos*, 2022, 32(1): 013126
- [35] ZHANG Y, GUO Y, ZHANG Z, et al. Universal framework for reconstructing complex networks and node dynamics from discrete or continuous dynamics data[J]. *Physical Review E*, 2022, 106(3): 034315
- [36] YUAN Z Z, ZHAO C, DI Z R, et al. Exact controllability of complex networks[J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2447
- [37] LI J W, YUAN Z Z, FAN Y, et al. Controllability of fractal networks: an analytical approach[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2014, 105(5): 58001
- [38] ZHAO C, WANG W X, LIU Y Y, et al. Intrinsic dynamics induce global symmetry in network controllability[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 8422
- [39] GAO X D, WANG W X, LAI Y C. Control efficacy of complex networks[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 28037
- [40] 刘雨含, 李乐, 樊瑛. 股票符号网络研究 [J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2018, 54(2): 186
- [41] GU K, FAN Y, ZENG A, et al. Analysis on large-scale rating systems based on the signed network[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2018, 507: 99
- [42] LI L, GU K, ZENG A, et al. Modeling online social signed networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2018, 495: 345
- [43] ZHOU J L, LI L B, ZENG A, et al. Random walk on signed networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2018, 508: 558
- [44] 张奥博, 樊瑛, 狄增如. 符号网络下平衡结构对舆论形成的影响 [J]. 复杂系统与复杂性科学, 2019, 16(3): 22
- [45] LI L B, FAN Y, ZENG A, et al. Binary opinion dynamics on signed networks based on Ising model[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 525: 433
- [46] GAO Y, FAN Y, DI Z R. The dynamics of two-state public opinion propagation on signed networks[J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2021, 34(1): 251
- [47] LI L B, ZENG A, FAN Y, et al. Modeling multi-opinion propagation in complex systems with heterogeneous relationships via Potts model on signed networks[J]. *Chaos*, 2022, 32(8): 083101
- [48] LI A W, XU X K, FAN Y. Immunization strategies for false information spreading on signed social networks[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2022, 162: 112489
- [49] ZHONG X W, FAN Y, DI Z R. The evolution of cooperation in public goods games on signed networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 582: 126217
- [50] ZHONG X W, HUANG G, WANG N N, et al. Dynamical analysis of evolutionary public goods game on signed networks[J]. *Chaos*, 2022, 32(2): 023107
- [51] GU K, FAN Y, DI Z R. How to predict recommendation lists that users do not like[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2020, 537: 122684
- [52] 吴宗柠, 狄增如, 樊瑛. 多层网络的结构与功能研究进展 [J]. 电子科技大学学报, 2021, 50(1): 106
- [53] WU Z N, DI Z R, FAN Y. The robustness of interdependent directed networks with intra-layer angular correlations[J]. *Frontiers in Physics*, 2021, 9: 755567
- [54] ZHANG A B, ZENG A, FAN Y, et al. Detangling the multilayer structure from an aggregated network[J]. *New Journal of Physics*, 2021, 23(7): 073046
- [55] LIU J, FAN Y, ZHANG J, et al. Coevolution of agent's behavior and noise parameters in majority vote game on multilayer networks[EB/OL]. (2019-01-31)[2023-03-31]. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/ab00aa>
- [56] YUAN Z Z, ZHAO C, WANG W X, et al. Exact controllability of multiplex networks[J]. *New Journal of Physics*, 2014, 16(10): 103036
- [57] LI L B, FAN Y, ZENG A, et al. Understanding the anticontagion process and reopening of China during COVID-19 via coevolution network of epidemic and awareness[J]. *Complexity*, 2021, 2021: 1
- [58] ZENG A, YEUNG C H, MEDO M, et al. Modeling mutual feedback between users and recommender systems[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2015, 2015(7): P07020
- [59] ZENG A, YEUNG C H. Predicting the future trend of popularity by network diffusion[J]. *Chaos*, 2016, 26(6): 063102
- [60] ZHOU L, CUI X H, ZENG A, et al. Improving diffusion-based recommendation in online rating systems[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2021, 32(7): 2150094
- [61] LI H Y, ZENG A. Improving recommendation by connecting user behavior in temporal and topological dimensions[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2022, 585: 126378
- [62] 吴宗柠, 樊瑛. 复杂网络视角下国际贸易研究综述 [J]. 电子科技大学学报, 2018, 47(3): 469
- [63] FAN Y, REN S T, CAI H B, et al. The state's role and position in international trade: a complex network perspective[J]. *Economic Modelling*, 2014, 39: 71
- [64] 任素婷, 梁栋, 樊瑛. 国际贸易网络中国家地位演化的

- 聚类分析[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2014, 50(3): 323
- [65] 任素婷, 崔雪锋, 樊瑛. 国际贸易网络中的靴襻渗流模型[J]. 电子科技大学学报, 2015, 44(2): 178
- [66] 吴宗柠, 吕俊宇, 蔡宏波, 等. 双曲空间下国际贸易网络建模与分析: 以小麦国际贸易为例[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2018, 15(1): 31
- [67] WU Z N, CAI H B, ZHAO R N, et al. A topological analysis of trade distance: evidence from the gravity model and complex flow networks[J]. *Sustainability*, 2020, 12(9): 3511
- [68] 程静静, 樊瑛. 基于网络相似性测度的国际贸易产品分类[J]. 电子科技大学学报, 2021, 50(2): 303
- [69] 吴畏, 王文旭, 樊瑛. 基于风险传染的金融网络系统风险模型[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2014, 50(6): 668
- [70] 李恺华, 樊瑛. 基于优化阈值法的股票网络构建与重要节点判别[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2015, 51(6): 582
- [71] LI X M, HUANG S Y, CHEN Q H. Analyzing the driving and dragging force in China's inter-provincial migration flows[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2019, 30(7): 1940015
- [72] LI X M, HUANG S Y, CHEN J W, et al. Analysis of the driving factors of U. S. domestic population mobility[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2020, 539: 122984
- [73] LI X M, XU H Z, CHEN J W, et al. Characterizing the international migration barriers with a probabilistic multilateral migration model[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 32522
- [74] GOU W S, HUANG S Y, CHEN Q H, et al. Structure and dynamic of global population migration network[J]. *Complexity*, 2020, 2020: 1
- [75] HUANG S Y, LI X M, CHEN Q H. Longcuts in the global migration network[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2021, 134(4): 48002
- [76] HE Y F, ZHAO C, ZENG A. Ranking locations in a city via the collective home-work relations in human mobility data[EB/OL]. (2022-12-15)[2023-04-01]. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S037843712200841X>
- [77] ZENG F Q, GONG L, LIU J, et al. Human mobility in interest space and interactive random walk[J]. *Journal of Physics:Complexity*, 2020, 1(2): 025004
- [78] WANG M Y, ZENG A, CUI X H. Collective user switching behavior reveals the influence of TV channels and their hidden community structure[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2022, 606: 128105
- [79] SHI Y B, LI L, WANG Y G, et al. A study of Chinese regional hierarchical structure based on surnames[J]. *Physica A:Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 518: 169
- [80] SHI Y B, LI L, WANG Y G, et al. Regional surname affinity: a spatial network approach[J]. *American Journal of Physical Anthropology*, 2019, 168(3): 428
- [81] ZENG A, SHEN Z S, ZHOU J L, et al. The science of science: from the perspective of complex systems[J]. *Physics Reports*, 2017, 714/715: 1
- [82] 周建林, 牛琪锴, 曾安, 等. 基于复杂网络视角的科学文献数据分析[J]. 科技导报, 2018, 36(8): 55
- [83] YAO L Y, WEI T, ZENG A, et al. Ranking scientific publications: the effect of nonlinearity[J]. *Scientific Reports*, 2014, 4: 6663
- [84] ZHOU J L, ZENG A, FAN Y, et al. Ranking scientific publications with similarity-preferential mechanism[J]. *Scientometrics*, 2016, 106(2): 805
- [85] WANG Y N, ZENG A, FAN Y, et al. Ranking scientific publications considering the aging characteristics of citations[EB/OL]. (2019-05-24)[2023-04-02]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11192-019-03117-9>
- [86] NIU Q K, ZHOU J L, ZENG A, et al. Which publication is your representative work?[J]. *Journal of Informetrics*, 2016, 10(3): 842
- [87] CUI H C, ZENG A, FAN Y, et al. Identifying the key reference of a scientific publication[EB/OL]. (2020-06-21)[2023-04-03]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11518-020-5455-3>
- [88] SHEN Z S, YANG L Y, PEI J S, et al. Interrelations among scientific fields and their relative influences revealed by an input-output analysis[J]. *Journal of Informetrics*, 2016, 10(1): 82
- [89] SONG D Q, WANG W P, FAN Y, et al. Quantifying the structural and temporal characteristics of negative links in citation networks[J]. *Information Processing and Management*, 2022, 59(4): 102996
- [90] ZHOU J L, ZENG A, FAN Y, et al. Identifying important scholars via directed scientific collaboration networks[J]. *Scientometrics*, 2018, 114(3): 1327
- [91] ZENG A, FAN Y, DI Z R, et al. Fresh teams are associated with original and multidisciplinary research[J]. *Nature Human Behaviour*, 2021, 5(10): 1314
- [92] WANG F H, FAN Y, ZENG A, et al. A nonlinear collective credit allocation in scientific publications[J]. *Scientometrics*, 2019, 119(3): 1655
- [93] XING Y M, WANG F H, ZENG A, et al. Solving the cold-start problem in scientific credit allocation[J].

- Journal of Informetrics*, 2021, 15(3): 101157
- [94] ZENG A, SHEN Z S, ZHOU J L, et al. Increasing trend of scientists to switch between topics[J]. *Nature Communications*, 2019, 10: 3439
- [95] ZENG A, FAN Y, DI Z R, et al. Impactful scientists have higher tendency to involve collaborators in new topics[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2022, 119(33): e2207436119
- [96] LI H Y, WU M J, WANG Y G, et al. Bibliographic coupling networks reveal the advantage of diversification in scientific projects[J]. *Journal of Informetrics*, 2022, 16(3): 101321
- [97] GENG Z J, ZHANG Y W, LU B, et al. Network-synchronization analysis reveals the weakening tropical circulations[J]. *Geophysical Research Letters*, 2021, 48(11): e2021GL093582
- [98] FAN J F, MENG J, LUDESCHER J, et al. Network-based approach and climate change benefits for forecasting the amount of Indian monsoon rainfall[J]. *Journal of Climate*, 2022, 35(3): 1009
- [99] YAN X Y, FAN Y, DI Z R, et al. Efficient learning strategy of Chinese characters based on network approach[J]. *PLoS One*, 2013, 8(8): e69745
- [100] LIN G Q, AO B, CHEN J W, et al. Modeling and controlling the two-phase dynamics of the p53 network: a Boolean network approach[J]. *New Journal of Physics*, 2014, 16: 125010

## Progress in complex networks

ZHOU Jianlin FAN Ying DI Zengru

( School of Systems Science, Beijing Normal University, 100875, Beijing, China)

**Abstract** This paper reviews the related research work on “complex network modeling and analysis” published by the School of Systems Science, Beijing Normal University since its establishment in 2013. Firstly, according to different network types, we introduce the important achievements in the field of complex networks theory from the aspects of network structure and dynamics analysis. Secondly, we summarize the main research results of the application of complex networks analysis in socioeconomic systems and earth systems. Finally, we put forward some suggestions on the development direction of complex networks research in the School of Systems Science, Beijing Normal University.

**Keywords** complex networks; structure; dynamics; socioeconomic systems; earth systems

【责任编辑: 陆有忠】